

平板に沿う乱流境界層流れと管路の乱流境界層流れ

鬼頭みずき・E.-S. Zanoun*¹

Flow Transition and Development over a Flat Plate and in a Circular Pipe

Mizuki KITO and El Sayed ZANOUN

Fluid phenomenon can be seen in ordinary life everywhere and the most of the cases are turbulent flow. It would not be an exaggeration to say that this common phenomenon take the critical and expanding role of every engineering performance, continued existence of all creation and the global environment including earth atmosphere and ocean. It is however still challenging to elucidate the turbulent phenomenon. The importance of wall-bounded turbulence such as an external flow, a pipe flow and a channel flow that is obvious since most engineering turbulent field and natural science belong on the wall-bounded turbulence. Moreover, of particular interest to aerospace plane designers is a transition between laminar and turbulent flow because of the great effects of transition phenomenon in performance of aerospace planes. In this paper, a comparative study of the flat plate and pipe results is carried out. Also, a criteria for fully developed turbulent flow (the entrance length) from the aspect of moments of centerline was studied.

1. 緒 言

乱流境界層内の速度分布の定式化に関する議論は、古くから多くの研究者により活発に行われてきた。従来の対数法則分布に対して、べき乗則分布、また、それらのレイノルズ数依存性に関する様々な報告がなされている^{1)~4)}。本研究では、平板に沿う乱流境界層流れと管路内の乱流境界層流れの速度分布および高次モーメント分布の比較を行う。また、管内流の発達と高次モーメントの関係についても検討する。

平板に沿う乱流境界層の発達を促進するため、本研究では、平板前縁近くにトリッピングデバイスを設置し、低レイノルズ数での平板上の乱流境界層内の速度分布をLDAによって測定した。また、管路内乱流境界層流れの場合は、トリッピングデバイスを用いず、定温型熱線流速計を用い、低レイノルズ数における管路断面平均速度分布および管中心での高次モーメントを測定した。

2. 実験装置と方法

2.1 平板に沿う流れ

Table 1に、供試ゲッチングン型（閉回路型）風洞の基本仕様を示す。コントラクション部の縮小比は6.53

で、主流の乱れ強さは0.5%以内である。テストセクション（長さ1500mm、幅600mm、高さ500mm）内にFig.1に示す供試平板（長さ1050mm、幅580mm、厚さ10mmの滑らかなアルミニウム製平板を4本の支柱で固定）を測定部底面から平板上面までの距離を200mmとして設置した。なお、平板前縁からの流れのはく離を防ぐため前縁から100mmまでの間を滑らかな曲線に加工した。座標系は平板前縁を原点とし流れ方向を x 軸、平板から上方向を y 軸とした。

平板に沿う乱流境界層の発達を促進するため、トリッピングデバイス：ダイモテープ（DYMO：M-1575, UK200, 文字X, 縦5mm, 横4mm, 高さ0.7mm, 文字間隔約1mm）を使用し、Fig.1に示すように3本設置した。速度分布の測定位置は、後縁の影響がなく、境界層が乱流となる十分な距離（ $x=850$ mm）に固定した。主流速度は $U_{\infty}=6\sim 50$ m/sの範囲で変化させ、その際、運動量厚さ θ に基づくレイノルズ数 $Re_{\theta} (=U_{\infty}\theta/\nu)$ は最大で4000まで得られた。

また、無次元化に必要な摩擦速度 u_{τ} はクラウザ線図により求めた。トラバース装置のステップサイズは0.02mm（壁面近傍）～5mm（壁面遠方）とした。

*¹Mechanical Engineering Department, British University in Egypt (BUE)

なお、実験中の温度変化は±1℃以内におさえ、乱流境界層の条件を一定とした。

x方向への平均速度分布 u の測定には、一次元 LDA [Laser Doppler Anemometer, Flowlite-Dantec, 検査体積: $0.24 \times 0.24 \times 5\text{mm}$ ($dx \times dy \times dz$)] によって測定した。seeding 粒子には、流れへの追従性・安定性を考慮して、DEHS (Si-Ethyl-Hexyl-Sebacat) を用い、Atomizer・Aerosol Generator (AMT230) により液滴としたものを用いた。主なサンプリング周波数は 100 ~ 3000Hz, サンプル数は 5000 ~ 20000 であり、解析に十分なサンプル数を得た。

平板に沿う層流境界層方程式は Blasius によって解析されているが、境界層内の速度分布は、平板前縁の形状や設置状態により影響を受ける。また、実際には推定するしかない $u=0$ となる原点 $y=0$ の位置が正しく推定されていなければ、Blasius の解に一致しない。よって、平板の設置状態と原点の妥当性を確かめるために、トリッピングデバイスを設置しない場合の速度分布を測定し、平板上の流れ方向への速度分布 ($x=850\text{mm}$) を測定しブラジウスの解と比較した。

層流境界層内の無次元速度分布の一例を Fig.2 に示す。層流境界層内の無次元速度分布は Blasius の解によく一致しており、平板設置の妥当性が確かめられた。

次に、平均速度 u を摩擦速度 u_τ で無次元化 [$U^+ = u / (\rho / \tau_w)^{1/2} = u / u_\tau$] して Fig.3 に示す。横軸には無次元距離 [$y^+ = (y / \nu) (\tau_w / \rho)^{1/2} = y u_\tau / \nu$] を示す。粘性底層内 ($y^+ < 5$) の速度データが十分得られた場合、その速度勾配から壁面せん断応力 τ_w を得たが、 $Re_\theta \geq 1500$ では Clauser Chart より τ_w を得た。図に示すように粘性底層は層流則 $U^+ = y^+$ (図中、点線) によく一致し、レイノルズ数 Re_θ の増加とともに、流れが層流境界層

($Re_\theta = 400$) から乱流境界層 ($Re_\theta \geq 1500$) へと移行する様子が分かる。トリッピングデバイスを設置した場合、 $Re_\theta = 1700$ から 3830 まで増加し、乱流境界層が良く発達していることが分かる。なお、図中には対数法則分布 ($\kappa=0.4, B=5.1$), べき乗則分布 ($C = 8.7, \gamma = 0.14$) を参考のため示す。

2.2 管路内の流れ

管路の乱流境界層流れに関する実験には室内回流式エッフェル型風洞を用いた。テストセクションに直径 32mm のパイプを接続するため、200mm から 32mm に滑らかに絞られた縮小ノズルを取り付けた。風洞の最大速度は 50m/s, 流入部中心の乱れ強さは 0.35% 以下であった。Fig.4 に、縮小ノズル出口の平均速度分布を示す。図にはノズル出口中心を原点とし、水平方向、垂直方向の平均速度分布を示す。ノズル出口速度分布形は軸対称、一様流とみなすことができる。これに直径 $D=32\text{mm}$ のアクリル製パイプを Fig.3 に示すように接続し、パイプ長さ L を、 $L/D=3.90, 7.81, 11.60, 15.60, 19.44, 23.34, 27.34, 31.16, 35.06, 38.97, 46.78, 54.59, 62.30, 70.20, 78.00, 93.66, 108, 125, 140, 156$ と変化させ計 20 ヲ所の測定位

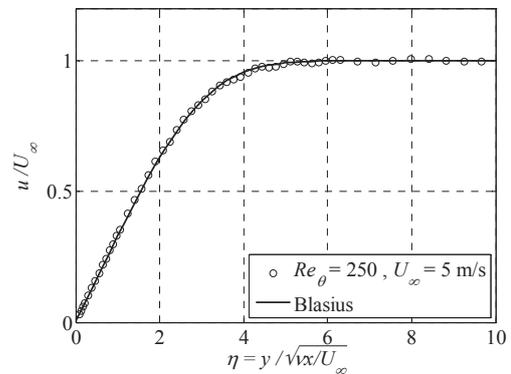


Fig.2 Boundary layer profile measurement comparison with Blasius solution

Table 1 Wind tunnel

Test section (w×h×l)	600mm×500mm×1500mm
Wind velocity	0.5~50m/s
Turbulence intensity	< 0.5%
Nozzle contraction ratio	6.53

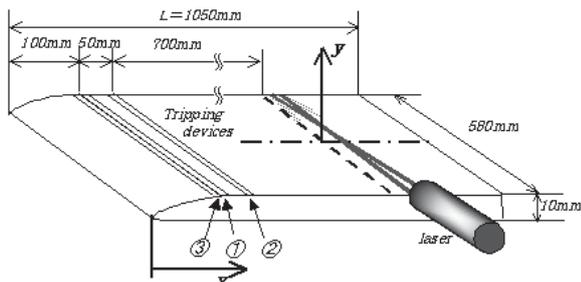


Fig.1 Flat plate

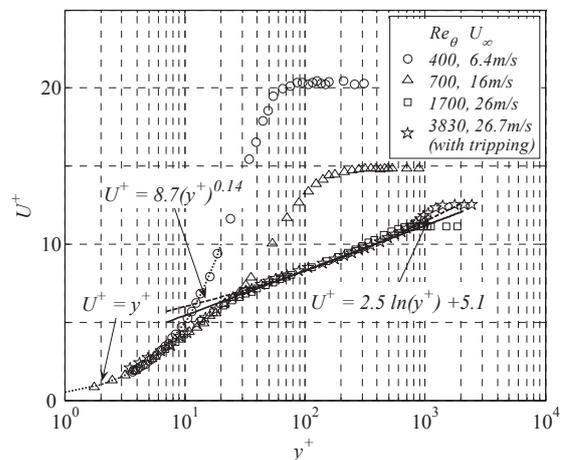


Fig.3 Normalized mean velocity profile

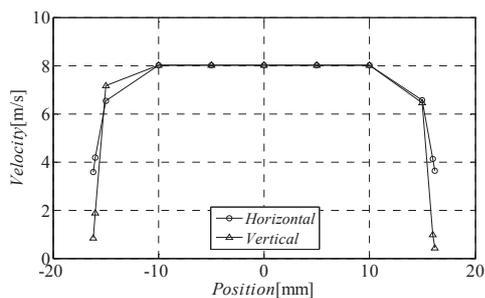


Fig.4 Inlet mean velocities

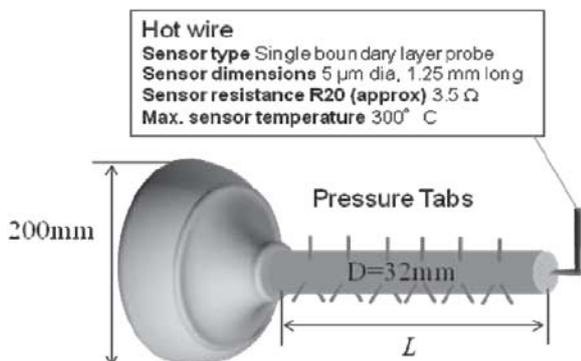


Fig.5 Circular pipe test section

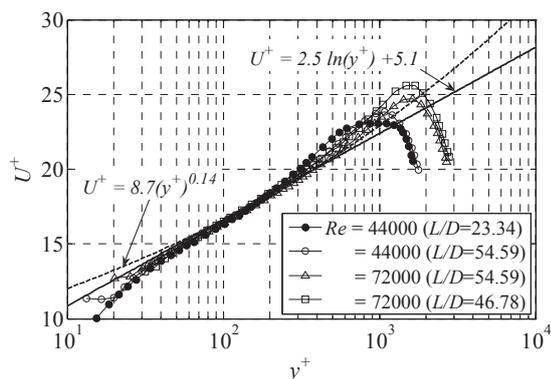


Fig.6 Inner scaling of mean velocities

置での管断面速度分布および管路中心での速度を測定した。各測定位置での管断面速度分の測定では、レイノルズ数 Re は 44×10^3 , 72×10^3 , 100×10^3 とし、管路中心での速度測定では $Re = 500$ から 100×10^3 に変化させた。

また、円管には無次元速度 U^+ および無次元距離 y^+ の算出に必要な壁面せん断応力および摩擦速度を得るため、圧力タップを流れ方向に約 5cm 間隔で円周方向に 3つ設けた (Fig.5 参照)。静圧孔は $500 \mu\text{m}$ であり、各位置での静圧は円周方向に設けた 3 点の平均とした。圧力は、MKS Baratron 626A を用い測定した。圧力タップから流れ方向の圧力勾配を求め、次式によって壁面せん断応力を求めた。

$$\tau_w = -\frac{D}{4} \frac{dp}{dx} \quad (1)$$

式 (1) から求めた壁面線せん断応力を用い、摩擦速度を次式から得た。

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (2)$$

また、空気の密度 ρ や動粘性係数は温度によって大きく変化するため、実験中温度測定を行い、その平均値から求めた。

速度分布の測定には定温型熱線流速計 (Multi-channel CTA System, DANTEC) を使用した。プローブには直径 $5 \mu\text{m}$ 、プローブ間距離 1.25mm のアスペクト比 250 の I 型タングステンワイヤを用いた。加熱比は 75% とし、サンプリング周波数は 1kHz 、60 秒間記録した。サンプル数は 5×10^4 から 10^5 であり、解析に十分なサンプル数を得た。なお、熱線流速計の校正および風洞速度の測定には、前述した次元 LDA を用いた。

管断面速度分布の一例を Fig.6 に示す。縦軸と横軸にはそれぞれ圧力勾配より求めた摩擦速度を用い無次元化した速度と距離を示す。遷移レイノルズ数は助走距離に依存し、位置 $L/D=23.34$, $Re = 44000$ での管路内の流れは十分に発達しておらず、助走区間が十分でないと考えられる。 $L/D=46.78$, $Re = 44000$ の場合、管内乱流速度分布形を示し始めた。 $L/D=46.78$, $Re = 72000$ では図に示すように管内乱流速度分布形となる。本実験では管断面速度分布から、 $L/D = 46.78$ の場合、遷移レイノルズ数は $Re_{crit} = 4.4 \times 10^4$ であった。

3. 結果と考察

3.1 平均速度分布

一般に、乱流境界層は、渦スケールにより表される外層と粘性が支配的となる内層からなる。内層の壁面近傍 $0 < y^+ < 5$ は粘性底層と呼ばれ、その分布形は線形 ($U^+ = y^+$) である。粘性底層からの $5 < y^+ < 30$ はバッファ領域と呼ばれる。また、外層と内層の性質を併せ持ち、外層と内層が重なり合う層を、Overlap layer という。その領域は辻ら⁵⁾が指摘するように明確には定義されていないが、F.White⁶⁾によれば、 y^+ (at $y/\delta = 2\%$) $< y^+ < y^+$ (at $y/\delta = 20\%$) である。またこの領域は対数領域とも呼ばれ、従来、以下に示す対数則で表される。

$$U^+ = (1/\kappa) \ln(y^+) + B \quad (3)$$

ここで、 κ はカルマン定数である。

しかし、この領域は以下に示す、べき乗則に従うとの報告もある。

$$U^+ = C(y^+)^\gamma \quad (4)$$

さらに対数則、べき乗則の係数がレイノルズ数依存性をもつという報告もある。また、Barenblatt⁷⁾らは、外層と内層がそれぞれレイノルズ数依存性を持つべき乗則

に従うことを示し、高レイノルズ数では対数則に従うことを示した。このように諸説あるが、ここでは、平板に沿う流れの乱流境界層内速度分布、式(3)と(4)と低レイノルズ数における速度分布を比較検討する。式(3)と(4)をそれぞれ定数 $1/\kappa$ と γ について解くと、

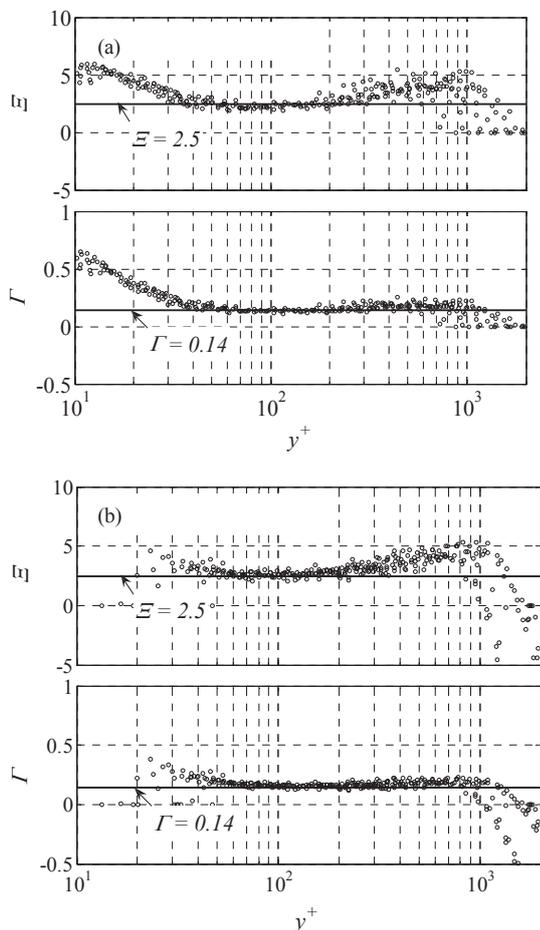


Fig.7 Slope of the mean velocity profile versus the normalized wall distance

局所的 $1/\kappa$ は

$$\Theta = y^+ [dU^+/dy^+] \quad (5)$$

局所的 γ は

$$\Gamma = (y^+ / U^+) [dU^+/dy^+] \quad (6)$$

で表すことができる。ここで、中心差分を用いて、

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{y_{i+1}^+ - y_i^+}{y_{i+1}^+ - y_{i-1}^+} \frac{U_i^+ - U_{i-1}^+}{y_i^+ - y_{i-1}^+} + \frac{y_i^+ - y_{i-1}^+}{y_{i+1}^+ - y_{i-1}^+} \frac{U_{i+1}^+ - U_i^+}{y_{i+1}^+ - y_i^+}$$

である^{8),9)}。

Fig.7 (a), (b) に平板乱流境界層と管路内乱流境界層の Θ と Γ をそれぞれ示す。 Θ や Γ が一定値を示すならば、速度分布はそれらの係数を用いて表現できることを意味している。

本実験結果の場合、 Θ に比べ、 Γ は広範囲渡って一定値を示しているため、速度分布はべき乗則に従うと考

えられる。また、Overlap layer では $\Theta \approx 2.5$, $\Gamma \approx 0.14$ (図中、実線) である。なお、これら係数を用いた対数則とべき乗則は Fig.3, 6 にそれぞれ実線と鎖線によって示されている。 Fig.3, 6 からはどちらが実験結果をよく表すか明らかではないが、 Fig.7 より、本実験の場合、Overlap layer はべき乗則でよく表され、係数は $C = 8.7$, $\gamma = 0.14$ である。これは、Zagarola and Smits¹⁰⁾ が提案した係数 $C = 8.7$, $\gamma = 0.137$ に極めて近い。

3.2 高次モーメント

Fig.8~10 および Fig.11~13 に、それぞれ平板乱流境界層の場合と管路内乱流境界層の場合における速度変動、速度変動の歪度 *Skewness* $[(u^3)/(u^3)]$ と偏平度 *Flatness* $[(u^4)/(u^4)]$ 分布を示す。歪度と偏平度は瞬時の速度変動の分布形に関する情報を含んでおり、歪度は速度変動の分布形の対称性を表し、偏平度は分布形の広がりを表す。Gad-el-Hak and Bandyopadhyay¹¹⁾ は壁面乱流のコヒーレント構造と歪度と偏平度との関係を指摘しており、歪度の符号は、高速流体の巻き込みや低速流体の放出と関係している。壁面近傍では偏平度は3より大きく、これは断続的な渦の存在を示しており、その渦が高速流体を外層から巻き込み、その結果、乱れと歪度が増加する^{12),13)}。

バッファ領域 $[5 < y^+ < 30]$ では歪度と偏平度はともに壁面からの距離とともに減少する。歪度は $y^+ \approx 17$ で符号が正から負に変わる。関連して、同位置で乱れは最大となり、偏平度は最小となる。歪度は $y^+ \approx 30$ 付近で極小値をとり、その後、歪度と偏平度はともにほぼ一定値となる。その値はガウス分布形 (*Skew*=0, *Flat*=3) に近い。外層では再びガウス分布形からはずれ、偏平度は3よりも大きくなる。この領域では歪度が負であることから、低速流体を巻き込む渦が存在すると考えられる。

管路内乱流境界層においては、壁面近傍で速度変動と偏平度はほぼ一定値を示すが、歪度においてはばらつきがみられる。いずれの場合も管路中心に向うにつれてレイノルズ数に依存し極大あるいは極小位置が異なる。

3.3 管中心での乱れ強度と高次モーメント

管内流の助走区間(遷移領域)を正確に予測することは学術的に興味深いだけでなく、様々な工業分野において重要である。特に管内流の層流から乱流への遷移領域の流れについて多くの研究があり、管路壁面の粗滑や流入部の乱れ強度等に依存する。Zagarola and Smits は完全発達乱流領域に達した流れは、速度や圧力などの平均量・乱流統計量が管長に依らないことを示した。しかし、

完全発達乱流領域に達する距離には様々な見解がある。Nikuradse¹⁴⁾は管直径の25～40倍, Perry and Abel¹⁵⁾は管直径の30倍, Patel and Head¹⁶⁾は管直径の50～80

倍の管長が必要であると報告している。

本節では、トリッピングデバイスを用いず、低レイノルズ数 ($Re_{crit} \leq 1.2 \times 10^5$) における管路中心での高次モーメントを示し、管内流の発達について検討する。

Fig.14に $Re = 5 \times 10^3$ から 6×10^4 に変化させた場合の各測定位置での管路中心の乱れ強度 $Tu = [u'/U]$ の一例を示す。乱れ強度は $Re = 3 \times 10^4$ では $L/D=70$ 以上で一定値を示しており、 $Re = 4 \times 10^4$ 以上では $L/D=45$ 以上で既に一定値を示している。また、 $Re = 2 \times 10^4$ では L/D に依らず、一定値を示さず、大きく変動する。

Fig.15, 16にそれぞれ管路中心での歪度と偏平度を示す。歪度は $Re > 2 \times 10^4$ では $L/D \leq 23.44$ で $Skew=0$

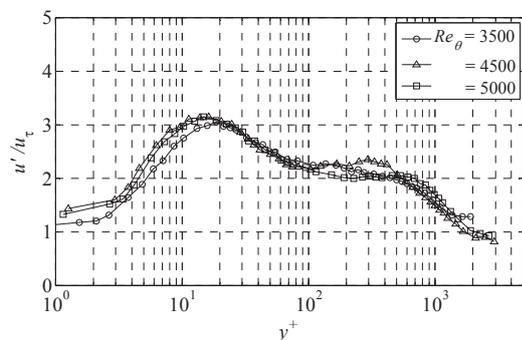


Fig.8 Turbulence intensity profiles in inner coordinates for selected Reynolds number (Flat plate)

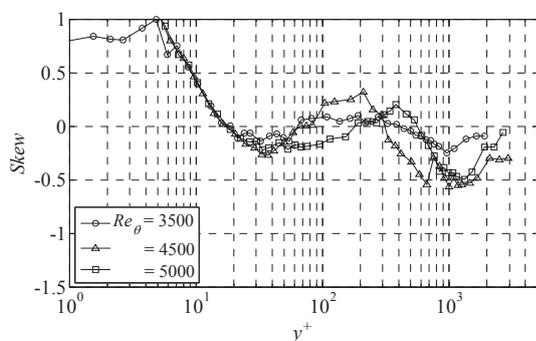


Fig.9 Skewness factor for selected Reynolds number (Flat plate)

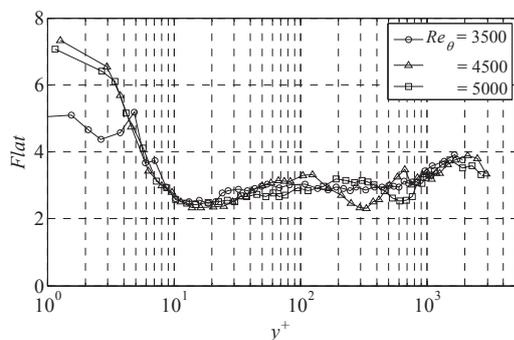


Fig.10 Flatness factor for selected Reynolds number (Flat plate)

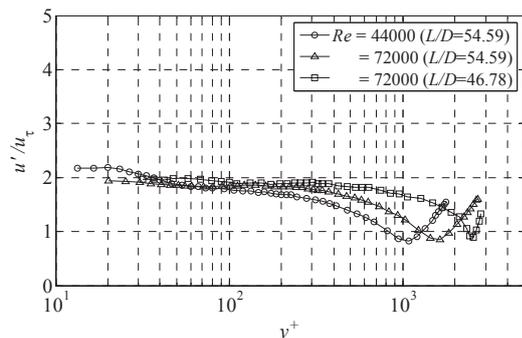


Fig.11 Turbulence intensity profiles in inner coordinates for selected Reynolds number (Circular pipe)

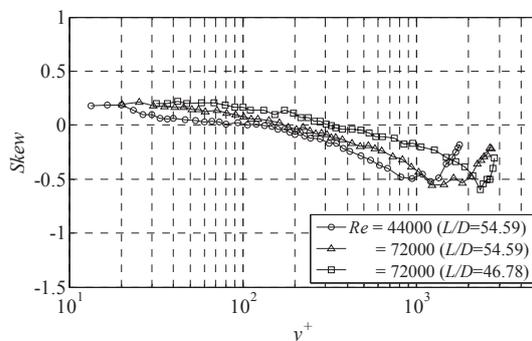


Fig.12 Skewness factor for selected Reynolds number (Circular pipe)

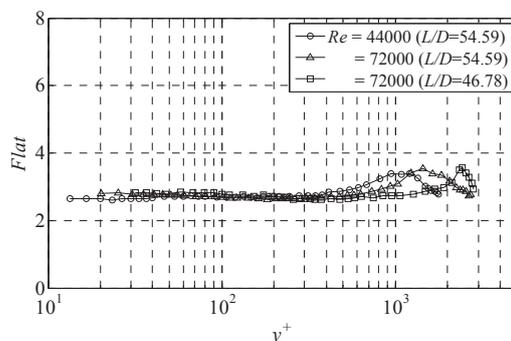


Fig.13 Flatness factor for selected Reynolds number (Circular pipe)

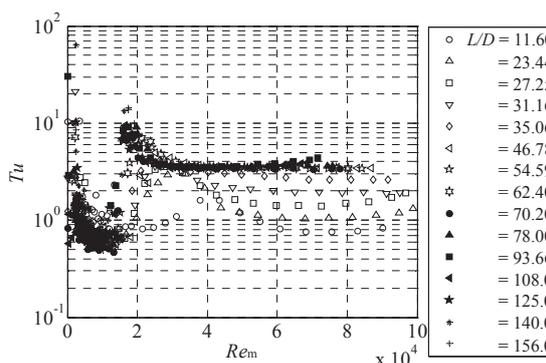
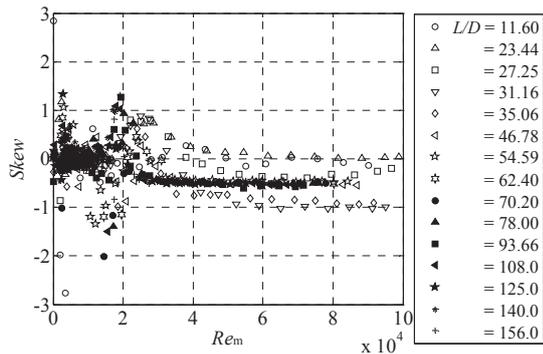
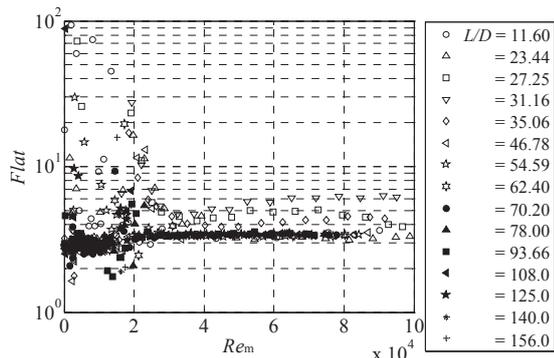


Fig. 14 Centerline velocity fluctuations for different L/D

Fig. 15 Centerline skewness factor for different L/D Fig. 16 Centerline flatness factor for different L/D

を示し、 $46.78 \leq L/D \leq 23.44$ では負の値を示す。 $L/D \geq 54.59$ では一定値 $Skew = -0.51$ を示す。また、偏平度は L/D が増加するにつれて増大し $Flat \approx 6$ をピークに減少する。 $L/D \geq 54.59$ では一定値 $Flat = -3.5$ を示す。本実験では、 $Re \geq 4 \times 10^4$ 、 $L/D \geq 60$ で流れが完全発達乱流領域に達した。これは、Patel and Head の結果に一致する。

4. 結 言

本研究では、LDA と熱線流速計により平板上の乱流境界層と管路内乱流境界層における速度分布測定した。また、管路中心での速度変動及び高次モーメントを測定した。

- (1) 壁面せん断応力を対数法則に基づいた Clauser chart により求めたが、本実験で得られた速度分布の Overlap layer は、べき乗則に従い、その係数は Zagarola and Smits が提案した値にほぼ一致した。
- (2) 管路中心の乱れ強度は $Re \geq 4 \times 10^4$ で L/D が増加するにつれて減少し、 $L/D=45$ 以上で一定値を示し、歪度と偏平度は L/D が増加するにつれて大きくなり、 $L/D \geq 54.59$ で一定値を示した。以上より、本実験では $Re \geq 4 \times 10^4$ 、 $L/D \geq 60$ で流れが完全発達乱流領域に達した。

謝 辞

本研究は、Lehrstuhl für Aerodynamik und Strömungslehre (LAS), Brandenburgische Technische Universität Cottbus, Germany で行われた。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) Buschmann, M. H., Gad-el-Hak, M., Debate concerning the mean-velocity profile of a turbulent boundary layer, *AIAA Journal*, 41, No. 4 (2003), pp.565-572.
- 2) DeGraaff, D.B., Eaton, J.K., Reynolds number scaling of the flat plate turbulent boundary layer, *J. Fluid Mech.*, 422 (2000), pp.319-346.
- 3) Zanon, E.-S., Durst, F., Nagib, H., Evaluating the law of the wall in two-dimensional fully developed turbulent channel flows, *Physics of Fluids*, 15, No.10 (2003), pp.3079-3089.
- 4) Barenblatt, G.I., Scaling laws for fully developed turbulent shear flows, *J. Fluid Mech.*, 248 (1993), pp.513-520.
- 5) Tsuji, Y., Miyachi, K., Nakamura, I., Invariant Assumption of PDF Profile and Universal Velocity Law in Turbulent Boundary Layers, *Trans. of JSME*, 68-667B (2002-3), pp.785-792
- 6) White, F., Viscous Fluid Flow, *McGraw-Hill, Inc.*, pp.411-415
- 7) Barenblatt, G.I., Chorin, A.J., Prostokishin, V.M., Characteristic length scale of the intermediate structure in zero-pressure-gradient boundary layer flow, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 97 (2000), pp. 3799 3802
- 8) Wosnik, M., Castillo, L., and George, W., A Theory for Turbulent Pipe and Channel Flows, *J. Fluid Mech.*, 421 (2000), pp.115-145
- 9) Österlund, J.M., Experimental studies of zero pressure-gradient turbulent boundary layer flow, Ph.D thesis, Royal Inst. Of Technology Stockholm, 1999
- 10) Zagarola, M. V., Smits, A. J., Mean-flow scaling of turbulent pipe flow, *J. Fluid Mech.*, 373 (1997), pp.33-79
- 11) Gad-el-Hak, M., Bandyopadhyay, P.R., Reynolds number effects in wall-bounded turbulent flows, *Appl Mech Rev* 47, pp.307-365
- 12) Simpson, R.L., Chew, Y.T., Shivaprasad, B.G., The structure of a separating turbulent boundary layer. 2. Higher-order turbulence results, *J. Fluid Mech.*, 113(1981), pp.53-73
- 13) Osaka, H., Mochizuki, S., The coherent structure of a turbulent boundary layer over d-type rough surface at a low Reynolds number, *Trans. of JSME*, 52-481B (1986-9), pp.3244-325
- 14) Nikuradse, J., Gestzmassigkeiten der turbulenten strömung in glatten Röhren, *Forschg. Arb. Ing.-Wes.* 356 (1932)
- 15) Perry, A.E., and Abel, C. J., Scaling Laws for Pipe-flow Turbulence, *J. Fluid Mech.*, 67 (1975), pp.257-271
- 16) Patel, V.C., and Head, M.R., Some Observations on Skin Friction and Velocity Profiles in Fully Developed Pipe and Channel Flows, *J. Fluid Mech.*, 38 (1969), pp.181-201